Il simbolo = implica una relazione tra quanto sta scritto alla sua destra e quanto sta scritto alla sua sinistra. Esso gode di particolari proprietà. Se le proprietà non sono verificate il simbolo è falso e va sostituito con [1]. Il primo si legge *uguale* e la relazione è l'*uguaglianza*; il secondo *dive rso* e la relazione è la *disuguaglianza* .

Le *uguaglianze* tra due espressioni algebriche possono essere *incondizionate*, cioè vere sempre qualunque valore assumano le variabili che in esse compaiono; o *condizionate* , vere cioè solo per particolari valori.

Le prime si chiamano *identità*. Per essere sicuri che una identità sia veramente tale, cioè per verificarla, si calcolano separatamente i valori delle espressioni che compaiono prima dell'uguale (primo membro) e dopo l'uguale (secondo membro): se i valori o le espressioni che si ottengono sono uguali l'identità è verificata.

Le seconde si chiamano *equazioni* e la variabile che compare si chiama *incognita*. Il valore che rende vera l'uguaglianza si chiama *radice* o *soluzione* dell'equazione. Le radici di un'equazione sono dunque i valori che trasformano l'equazione in una identità [1] .

Risoluzioni delle equazioni algebriche

Le equazioni di primo grado venivano risolte per tentativi fin dai tempi più remoti; i matematici greci le risolvevano con metodi geometrici; solo con l'introduzione della *Regola d'Algebra* da parte dei matematici arabi, si può parlare di risoluzione in senso moderno.

Per quanto riguarda le equazioni di secondo grado, si può affermare che il metodo più antico di risoluzione di cui si abbia notizia certa è quello di tipo algebrico che consiste nella riduzione dell'equazione:

$ax^2+bx+c=0$

all'equazione quadratica binomia:

$(2ax+b)^2=b^2-4ac$

nell'incognita $2ax+b$.

Tale metodo era presumibilmente già noto ad Erone e Diofanto. La risoluzione geometrica dell'equazione di secondo grado si trova invece in Euclide e si fa risalire ai Pitagorici.

Solo molto più tardi, cioè nei primi anni del XVI secolo, fu trovata la formula risolutiva dell'equazione di terzo grado dai matematici italiani Scipione dal Ferro, Niccolò Tartaglia e Gerolamo Cardano, e sempre nel XVI secolo Ludovico Ferrari trovò la formula risolutiva per l'equazione di quarto grado.

Le equazioni di grado minore o uguale a quattro sono tutte risolvibili per radicali.

Questo significa che possiamo trovare le soluzioni mediante un numero finito di operazioni razionali (addizione, sottrazione, moltiplicazione e divisione), e di estrazioni di radice, eseguite sui coefficienti delle equazioni.

Naturalmente, dopo i risultati ottenuti nel XVI secolo si tentò di risolvere in modo analogo, cioè per mezzo di radicali, le equazioni di quinto, sesto grado, e di grado superiore.

Tali tentativi, che si prolungarono nei secoli XVII e XVIII, pur non approdando al fine desiderato, dettero luogo ad una serie di interessanti risultati parziali riassunti nell'opera di Lagrange *Réflex ions sur la résolution algébrique des équation*
apparsa negli anni 1770-1771.

In tale opera Lagrange dimostra che tutti i metodi conosciuti per la risoluzione di equazioni di secondo, terzo e quarto grado sono fondati su proprietà che non valgono per equazioni di quinto grado e di grado superiore. In particolare, Lagrange afferma:

"Il problema di risolvere per radicali equazioni il cui grado è superiore al quarto, è uno di quelli che non è possibile risolvere, anche se nulla dimostra l'impossibilità di tale soluzione".

L'insuccesso del tentativo di trovare una formula risolutiva per radicali per equazioni di grado superiore al quarto stimolò, con ottimi risultati, la ricerca di metodi di risoluzione per approssimazione, per equazioni di grado qualunque. Va infatti ricordato che già un secolo prima di Cartesio era possibile risolvere con buon grado di sicurezza qualsiasi equazione di terzo grado derivante da problemi pratici.

La questione della risolubilità per radicali fu finalmente chiarita all'inizio del XIX secolo dai matematici P. Ruffini e N. H. Abel, i quali dimostrarono, indiperndentemente l'uno dall'altro, che:

"in generale un'equazione algebrica di grado maggiore o uguale al quinto non è risolvibile mediante radicali".

Dal momento però che esiste un numero arbitrariamente grande di equazioni particolari, di tipo diverso e grado qualunque (per esempio quelle della forma $x^n-a=0$), risolvibili per radicali, dopo i risultati di Ruffini e Abel restava ancora aperta la questione di :

"trovare tutti i tipi di equazioni che si risolvono per radicali o, in altre parole, condizioni necessarie e sufficienti affinché un'equazione data sia risolvibile per radicali".

Il problema fu risolto dopo pochi anni da E. Galois, il quale applicò per primo alla teoria delle equazioni una serie di nuovi concetti che, in linguaggio moderno, formano la teoria dei gruppi e dei campi.

Gli studi di Abel e Galois sulle funzioni ellittiche, questione apparentemente del tutto diversa dalla risoluzione delle equazioni algebriche, portarono, nella seconda metà de XIX secolo, i matematici C. Hermite e L. Kronecker a una formula risolutiva (ovviamente non per radicali) per l'equazione di quinto grado e il matematico F. Brioschi a quelle di sesto grado. Infine all'inizio del XX secolo, a J. H. Poincaré spetta il merito di aver generalizzato i risultati precedenti a equazioni algebriche di grado qualunque [2] .

---

[1] G. Repetti, N. Balossino, M. Koehler, *Algebra ed elementi di informatica*, Lattes.

[2] R. Franci, L. T. Rigatelli, *Storia della teoria delle equazioni algebriche*, Mursia